فصل ٤

دینامیک ذره

مقدمه

دراین فصل که دینامیک نامیده می‌شود، علاوه بر مطالعهٔ روابط بین موقعیت x سرعت v، شتاب a و و زمان t، عامل حرکت یا بازدارنده از حرکت اجسام یعنی نیرو را نیز در غالب قوانین نیوتن در نظر می‌گیریم. قوانین نیوتن[1] که قوانینی تجربی هستند مبین نبوغ نیوتن بوده و از چنان سادگی و عمومیتی برخوردارند که بسیاری از دانشمندان زمان وی عقیده داشتند که دیگر هیچ چیز با اهمیت و بنیادی برای کشف باقی نمانده است. زیرا از این قوانین در بیان بسیاری از پدیده‌ها از جمله حرکت سقوط آزاد اجسام، سهمی شکل بودن مسیر پرتابه‌ها، قوانین حرکت سیاره‌ها، رفتار مایعات و گازها و بسیاری از قوانین و معادلات فیزیکی از حرکت اتمها و مولکولها گرفته تا حرکت اجرام آسمانی می‌توان استفاده کرد.

٤-١ قوانین نیوتن

این قوانین در واقع روابطی میان نیرو و حرکت هستند و برای توصیف و بررسی چگونگی حرکت اجسام از آنها استفاده می‌شود و عبارتند از؛

الف) قانون اول نیوتن

هرگاه برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسمی (ذره‌ای) صفر باشد، اگر جسم ساکن باشد همیشه ساکن می‌ماند و اگر متحرک باشد به حرکت مستقیم الخط یکنواختش

1.Newton's laws

Scanned by TapScanner

ادامه می‌دهد. گاهی به قانون اول نیوتن قانون لختی یا ماندهم می‌گویند، هر جسمی در غیاب نیروهای خارجی تمایل دارد حالت حرکت خود را حفظ کند یعنی اگر ساکن است ساکن بماند و اگر متحرک است به حرکت مستقیم الخط یکنواخت خود ادامه دهد. همچنین به قانون اول نیوتن شرط اول تعادل نیز گفته می‌شود، بنابر شرط اول تعادل یا تعادل انتقالی، هر گاه جسمی ساکن یا حرکتش مستقیم الخط یکنواخت باشد دارای تعادل انتقالی است و آن وقتی است که بر آیند نیروهای خارجی وارد بر جسم صفر باشد. بنابراین قانون اول نیوتن یا شرط تعادل انتقالی برای یک جسم عبارت است از:

$$\sum \vec{F} = ۰$$

که $\Sigma \vec{F}$ بر آیند نیروهای خارجی وارد بر جسم است و در حالت دو بعدی قانون اول نیوتن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum F_x = ۰ \quad , \quad \sum F_y = ۰$$

یکای نیرو در دستگاهSI ، نیوتن یا کیلوگرم متر بر مجذور ثانیه($kg\,{}^{m}/_{s^۲}$) است و آن نیرویی است که اگر به جسمی به جرم $۱kg$ وارد شود، شتابی برابر $۱\,{}^{m}/_{s^۲}$ به آن بدهد. یکای نیرو در دستگاه C.G.S، دین یا گرم سانتیمتر بر مجذور ثانیه ($gr\,{}^{cm}/_{s^۲}$) است و آن نیرویی است که اگر به جسمی به جرم $۱gr$ وارد شود، شتابی برابر $۱\,{}^{cm}/_{s^۲}$ به آن بدهد.

$$۱N = ۱۰^{۵}\ dyn$$

در اینجا مناسب است که برای جرم (m) تعریفی داشته باشیم؛ می‌دانیم که تمایل به حفظ حالت حرکت یا مقاومت در مقابل تغییر تندی را ماند یا لختی می‌گویند. هرگاه دو مکعب ظاهراً یکی توپر و سنگین و دیگری سبک و تو خالی را روی سطحی افقی بدون اصطکاک به طرف پای شخصی بلغزانیم، ماند یا مقاومت در مقابل تغییر تندی مکعب توخالی بسیار کم است، با برخورد با پای شخص به آسانی سرعتش تغییر می‌کند، و در مورد مکعب توپر چون تمایل به حفظ حالت حرکتش (ماندش) بیشتر است و مقاومت در مقابل تغییر سرعتش بیشتر بوده و شخص پای خود را عقب می‌برد، بنابراین هر چه مواد تشکیل دهندهٔ جسم بیشتر باشد، ماند جسم بیشتر یا به اصطلاح جرم جسم بیشتر است و به طورکلی اندازهٔ مقاومت یک جسم در مقابل تغییر تندی را

Scanned by TapScanner

جرم جسم می‌نامند. یکای جرم در دستگاهSI کیلوگرم(kg) و در دستگاه $C.G.S$، گرم (gr) است.

ب) قانون دوم نیوتن

هرگاه برآیند نیروی ثابتی به جسمی (ذره‌ای) به جرم m اثر کند، شتاب ثابتی به آن می‌دهد که با برآیند نیرو نسبت مستقم و با جرم جسم نسبت عکس دارد؛

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

که $\vec{F}$ برآیند نیروهای خارجی وارد بر جسم است و در حالت دو بعدی قانون دوم نیوتن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum F_x = ma_x \ , \sum F_y = ma_y$$

یکی از روشهای تحقیق قوانین نیوتن استفاده از ماشین آتوود است که در بخش کاربردهای قوانین نیوتن به آن می‌پردازیم.

برای توضیح درباره رابطهٔ وزن و جرم، ابتدا وزن (W) جسم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم؛

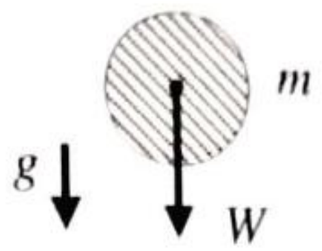
برآیند نیروهای جاذبه‌ای که از مرکز زمین به تک تک ذرات یک جسم اثر می‌کنند و می‌خواهند آن را به سمت مرکز زمین بکشانند (**شکل ٤-١**). باید دانست که این تعریف برای وزن تنها در نزدیکی زمین صدق می‌کند.

شکل ٤-١ وزن جسم

اکنون اگر جسمی به جرمm را در نزدیکی سطح زمین در حال سقوط در نظر بگیریم (**شکل ٤-٢**) با چشم پوشی از مقاومت هوا تنها نیروی مؤثر بر آن نیروی ثقل زمین یا وزن جسم است. با توجه به قانون دوم نیوتن چون شتاب جسم با نیرو نسبت مستقیم و با جرم آن نسبت عکس دارد، بنابراین:

Scanned by TapScanner

$$g = \frac{W}{m} \Rightarrow W = mg$$



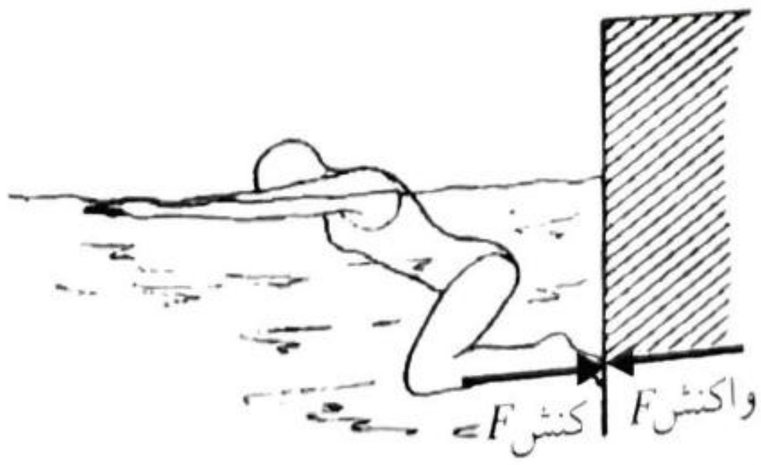
شکل ٤-۲ رابطه وزن و جرم

وزن جسم کمیتی برداری است که با توجه به تعییراتg، درنقاط مختلف تغییر می‌کند در صورتی که جرم جسم کمیتی اسکالر است و در نقاط مختلف تغییر نمی‌کند.

ج) قانون سوم نیوتن

هرکنشی، واکنشی دارد مساوی و مختلف‌الجهت با آن، نیروهای کنش و واکنش به دو جسم مختلف وارد می‌شوند. بنابراین قانون، وقتی که جسمی نیرویی بر جسم دیگر وارد می‌آورد، جسم دوم نیز نیرویی مساوی و در خلاف جهت این نیرو بر جسم اول وارد خواهد کرد. مثالهای زیر را در نظر بگیرید؛

۱) شناگری که نیروی کنشF را روی دیوارهٔ استخر وارد می‌کند، شکل ٤-۳، طبق قانون سوم نیوتن، یک نیروی واکنش مساویF و در خلاف جهت نیروی کنش بر او وارد می‌شود. واکنشF یک نیروی خارجی است که باعث می‌شود شناگر درجهت خلاف نیرویی که به دیوارهٔ استخر وارد کرده است، شتاب بگیرد. این دو نیرو حذف نمی‌شوند، زیرا بر یک جسم وارد نمی‌شوند.



شکل ٤-۳ نیروی کنش و واکنش شناگر به دیوارهٔ استخر و دیوارهٔ استخر به شناگر

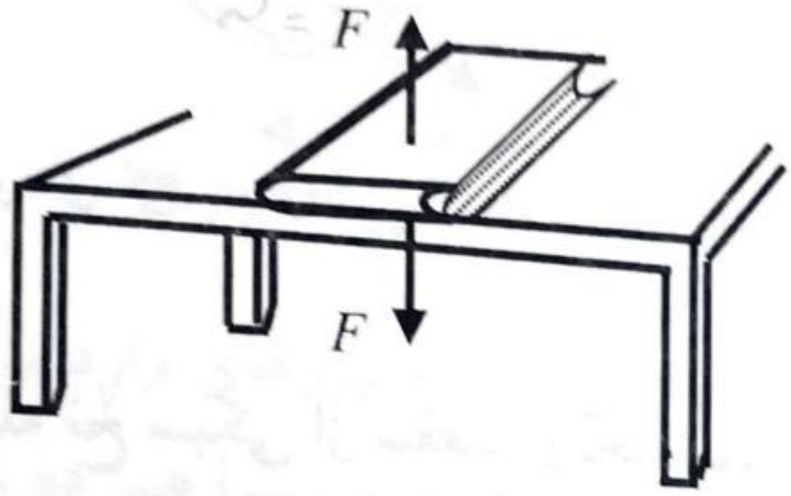
۲) اگر اتومبیلی را به جلو هل دهید، اتومبیل هم دست شما را به عقب می‌راند (**شکل ٤-٤**).

Scanned by TapScanner

شکل ٤-٤ نیروهای کنش و واکنش شخص به اتومبیل و اتومبیل به شخص

سطح میز قرار دارد، یک نیرو به سطح میز وارد می‌کند و سطح میز

۳) کتابی که روی سطح میز قرار دارد، یک نیرو به کتاب وارد می‌کند (**شکل ٤-٥**). هم نیرویی مساوی و بر خلاف جهت به



شکل ٤-٥ نیروهای کنش و واکنش کتاب به سطح و سطح به کتاب

پرسش۱. در شکل زیر توپی به جرم $0/2kg$ را بر روی دست نگهداشته‌ایم؛

الف) واکنش نیروی دست به توپ چه نیرویی است و در چه جهتی وارد می‌شود؟

ب) نیروی زمین به دست واکنش کدام نیرو و در چه جهتی است و به چه جسمی وارد می‌شود؟

ج) نیروی توپ به زمین واکنش کدام نیرو و در چه جهتی است؟

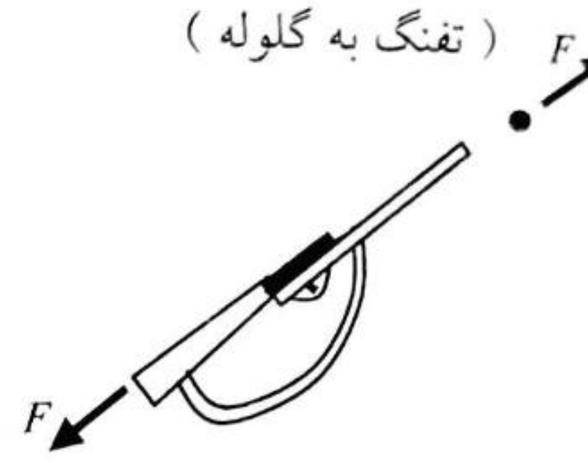
د) آیا دو نیروی دست به توپ و زمین به توپ کنش و واکنش هستند؟ چرا؟

هـ) اگر ناگهان دست را از زیر توپ برداریم نیروی زمین به توپ باچه نیرویی خنثی می‌شود و در این حالت واکنش نیروی زمین به توپ کدام نیروست وآیا دراین حالت توپ در حال تعادل است یا خیر؟

پرسش۲. جرم و وزن چه اختلافی با یکدیگر دارند. کدامیک خاصیت دایمی جسم است و کدامیک با تغییر محل، تغییر می‌کند؟ آیا از نظر فیزیکی صحیح است که بگوییم وزن شخصی ۷۵ کیلوگرم است؟

Scanned by TapScanner

٤) در مورد گلوله‌ای که از تفنگی شلیک می‌شود، یک نیرو تفنگ به گلوله وارد می‌کند و گلوله نیز در خلاف جهت نیرویی مساوی به تفنگ وارد می‌کند (**شکل ٤-٦**).



شکل ٤-٦ نیروهای کنش و واکنش گلوله به تفنگ و تفنگ به گلوله

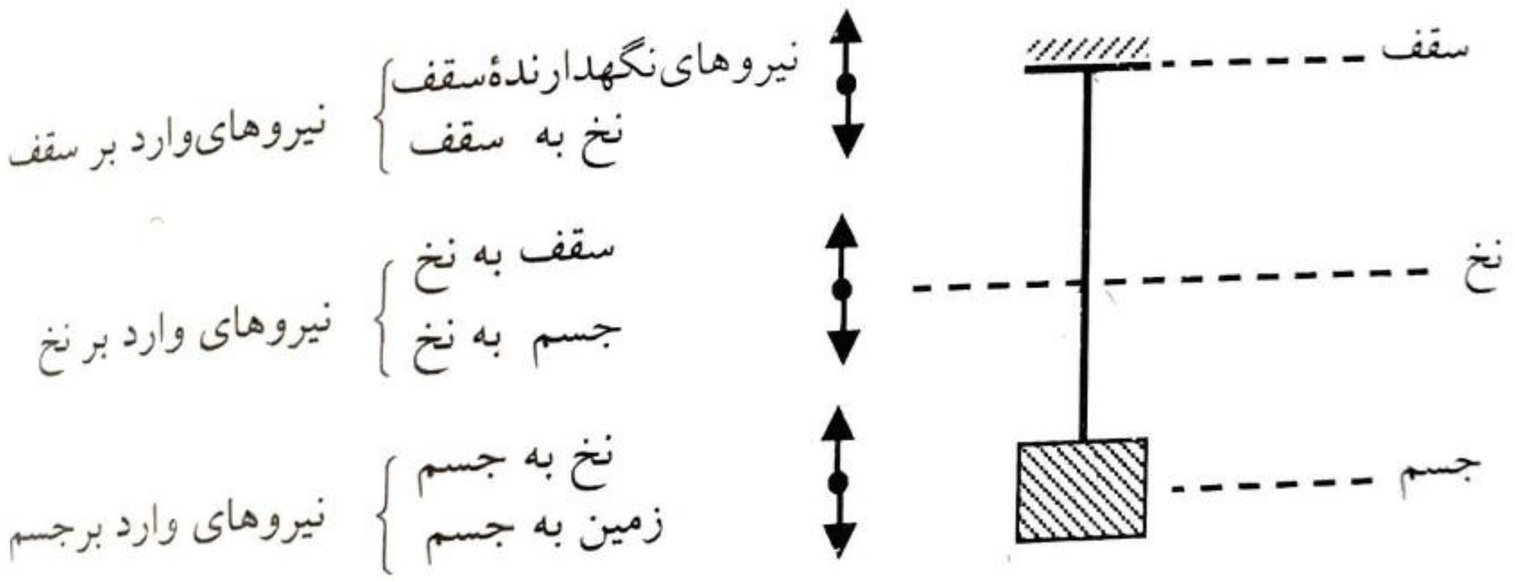
مثال ٤-١. جسمی را به وسیله نخ سبکی از سقف آویخته‌ایم، نیروهای کنش و واکنش را مشخص کنید.

حل: مطابق شکل زیر، نیروهای کنش و واکنش عبارتند از:

الف) سقف به نخ و نخ به سقف

ب) جسم به نخ و نخ به جسم

ج) زمین به جسم و جسم به زمین



با توجه به مثال ٤-١، دیده می‌شود که نیروهای وارد بر سقف و نیروهای وارد بر نخ و نیروهای وارد بر جسم کنش و واکنش نیستند، هر چند که مساوی و مختلف الجهت هستند، زیرا این نیروها به یک جسم (سقف، نخ و یا جسم) وارد می‌شوند و مساوی و مختلف الجهت بودن آنها باعث می‌شود که بنابر قانون اول نیوتن این اجسام در حال تعادل باشند.

مثال ٤-٢. جسمی به جرم M با نخ سبکی بر روی سطح افقی بدون اصطکاک به سمت

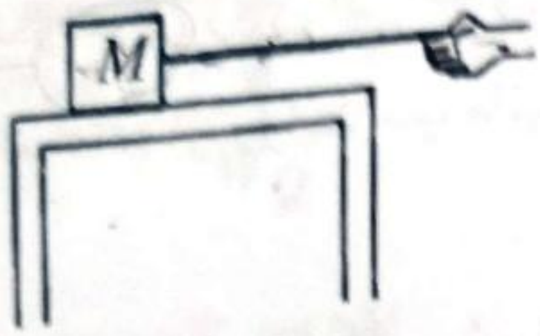
Scanned by TapScanner

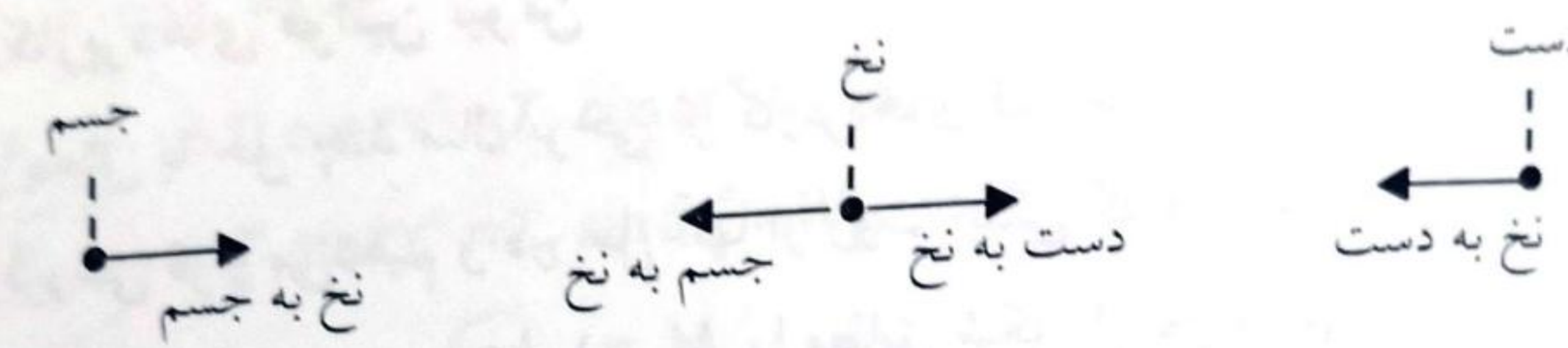
راست کشیله می‌شود، نیروهای کنش و واکنش را در راستای افقی مشخص کنید.

حل: مطابق شکل زیر نیروهای کنش و واکنش عبارتند از:

الف) دست به نخ و نخ به دست

ب) نخ به جسم و جسم به نخ





با توجه به مثال ٤-٢، دیده می‌شود که نیروهای وارد بر نخ، کنش و واکنش نیستند هر چندکه مساوی و مختلف الجهت هستند زیرا هر دو به یک جسم (نخ) وارد می‌شوند.در صورتی که جسم در حال تعادل باشد، بنابر قانون اول نیوتن برآیند دو نیروی مساوی و مختلف الجهت وارد بر نخ صفر است و در صورتی که جسم به سمت راست شتاب داشته باشد، نیروی دست به نخ بزرگتر از نیروی جسم به نخ خواهد بود و شتاب حرکت تحت تأثیر برآیند این دو نیرو خواهد بود، برای یک نخ سبک و در حال کشش، نخ فقط نقش انتقال دهندهٔ نیرو را دارد، کشش نخ در حال کشش به صورت زیر تعریف می‌شود:

هر گاه به دوانتهای قطع شدهٔ نخ در حال کششی نیروسنجی وصل کنیم نیروسنج میزان کشش نخ را نشان می‌دهد. همچنین کشش یک نخ ایده‌آل (بدون جرم) در تمام قسمت‌های نخ یکسان است.

٤-٢ روش حل مسائل حرکت

برای حل مسائل دینامیک به روش زیر عمل می‌کنیم:

۱) شکل ساده‌ای رسم می‌کنیم.

۲) اجسام، نقاط مشخص و گره نخها را به عنوان نقاط جرم داری که بر آنها نیرو وارد می‌شود در نظر می‌گیریم.

۳) برای هر جسم، دیاگرام آزاد رسم می‌کنیم یعنی مشخص می‌کنیم که به هر جسم از

Scanned by TapScanner

جانب سایر اجسام چه نیرو و یا نیروهای وارد می‌شود.

۴) محورهای مختصات مناسب در نظر می‌گیریم و نیروهایی که بر روی این محورها قرار ندارند، بر روی این محورها تصویر می‌کنیم.

۵) با استفاده از روابط سینماتیک و دینامیک مسئله را حل می‌کنیم.

۴-۳. کاربردهای قوانین نیوتن

دراین بخش با حل چند مثال برخی از کاربردهای قوانین حرکت در دینامیک ذره را مورد بررسی قرار می‌دهیم و در حل آنها از روش پیش گفته استفاده می‌کنیم:

مثال ۴-۳. جسمی به جرم $M = ۱۰kg$ را مطابق شکل از نخ سبکی آویخته‌ایم، نیروی کشش نخ را به دست آورید. ($g = ۱۰ \, m/s^۲$)

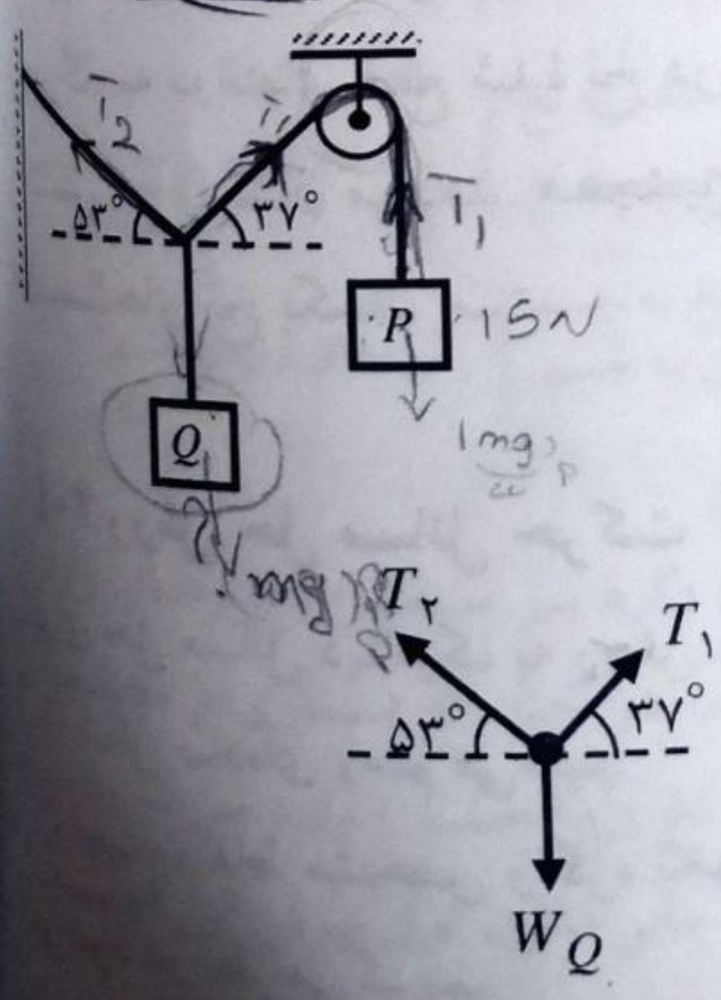
حل:

$$\sum F_y = ۰$$

$$T - Mg = ۰ \Rightarrow \quad T = Mg = ۱۰(۱۰) = ۱۰۰ \, N$$

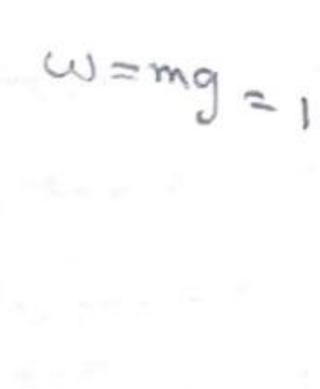
مثال ۴-۴. در شکل زیر وزن جسم Q چقدر باشد تا دستگاه در حال تعادل باشد. در صورتی که وزن جسم P برابر $۱۵N$ است.

$$\begin{cases} \sin ۳۷ = \cos ۵۳ = ۰/۶ \\ \cos ۳۷ = \sin ۵۳ = ۰/۸ \;,\; g = ۱۰ \, m/s^۲ \end{cases}$$

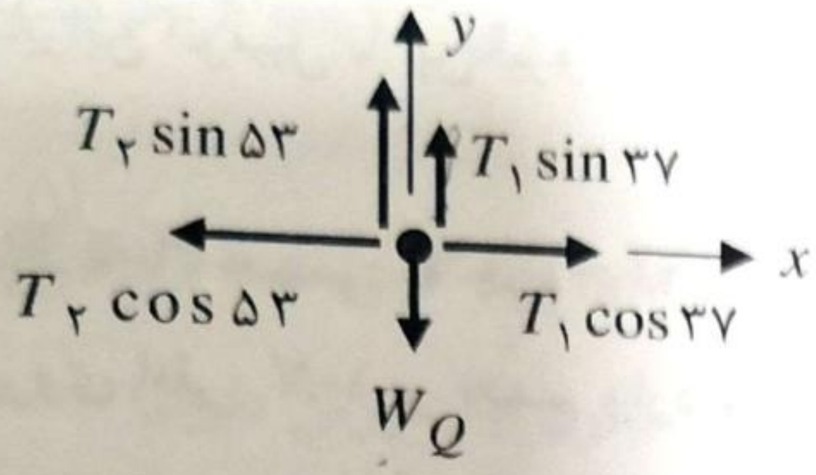


دیاگرام آزاد گره

حل:



دیاگرام آزاد جرم P

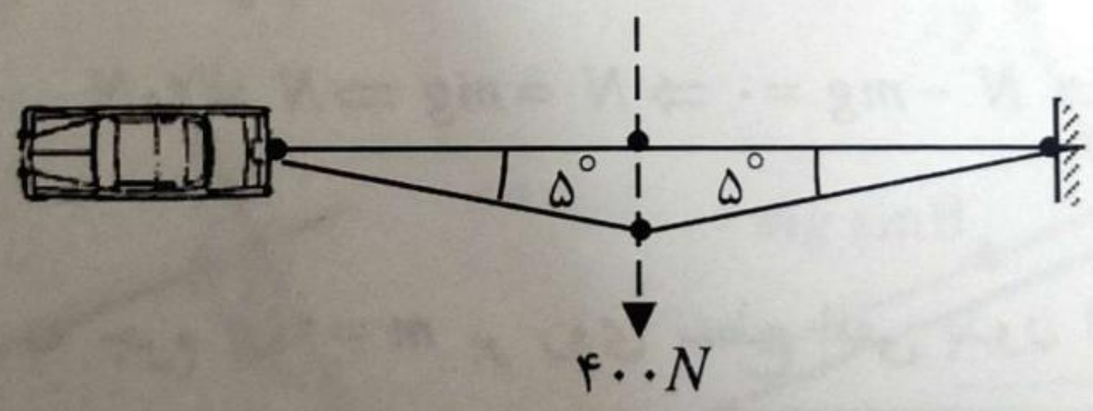


$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱ = ۱۵N$$

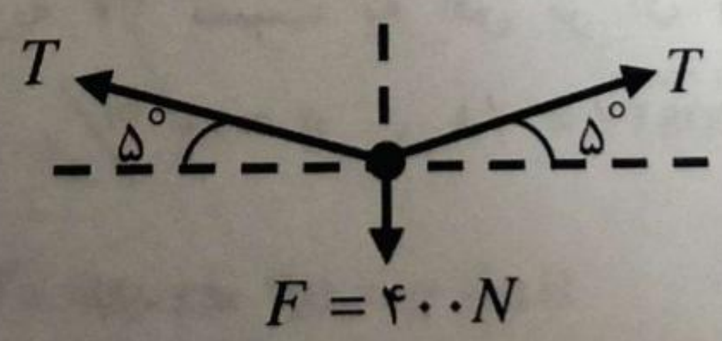
برای جسم P داریم

$$\begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow T_۱ \cos ۳۷^\circ = T_۲ \cos ۵۳^\circ \Rightarrow ۱۵(۰/۸) = ۰/۶T_۲ \Rightarrow T_۲ = ۲۰\ N \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow T_۱ \sin ۳۷^\circ = T_۲ \sin ۵۳^\circ = W_Q \Rightarrow W_Q = ۰/۶(۱۵) + ۰/۸(۲۰۰) = ۲۵\ N \end{cases}$$

مثال ٤-٥. مطابق شکل، اتومبیل شخصی در برف گیر کرده است، راننده یک انتهای طناب بلندی را به اتومبیل و انتهای دیگر آن را به درختی بسته است. و به وسط طناب نیرویی برابر $۴۰۰N$ وارد می‌کند به طوری که امتداد طناب با راستای اولیهٔ آن زاویهٔ ۵° می‌سازد، اگر برای رهایی اتومبیل نیرویی برابر $۲۲۰۰\ N$ لازم باشد، آیا اتومبیل از برف خارج می‌شود یا نه؟ $(\sin ۵^\circ \simeq ۰/۰۸۷۱)$

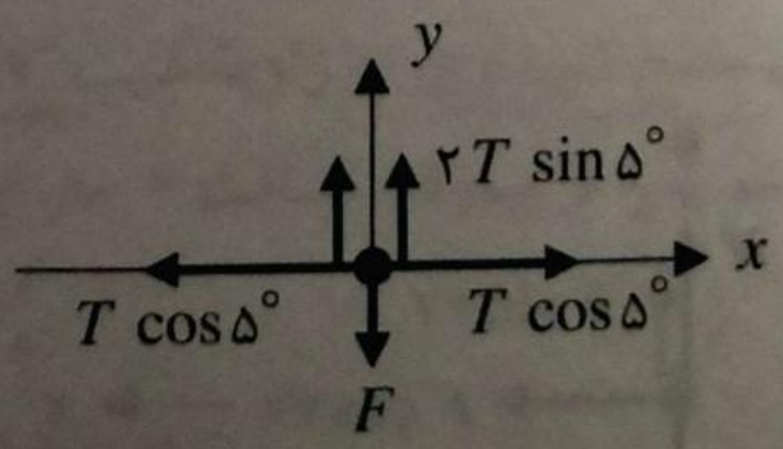


حل:



دیاگرام آزاد گره

بنابراین؛

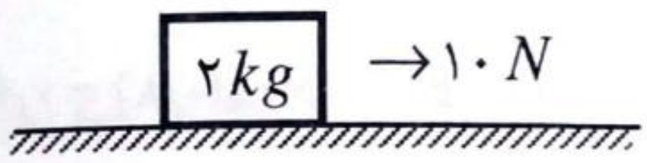


$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow ۲\,T \sin ۵^\circ - ۴۰۰ = ۰ \Rightarrow T \simeq ۲/۲۹ \times ۱۰^۳\ N$$

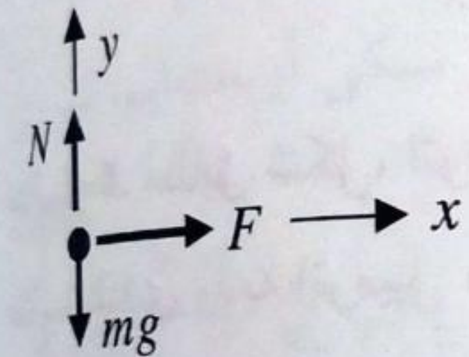
Scanned by TapScanner

بنابراین اتومبیل با این نیرو از برف خارج می‌شود.

مثال ٤-٦. جسمی به جرم $m = ۲kg$ بر روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد، اگر نیروی افقی $۱۰N$ بر جسم وارد شود، الف) شتاب حرکت جسم چقدر خواهد شد؟ ب) نیروی عمودی سطح را به دست آورید. ($g = ۱۰ \, m/s^۲$)



حل:

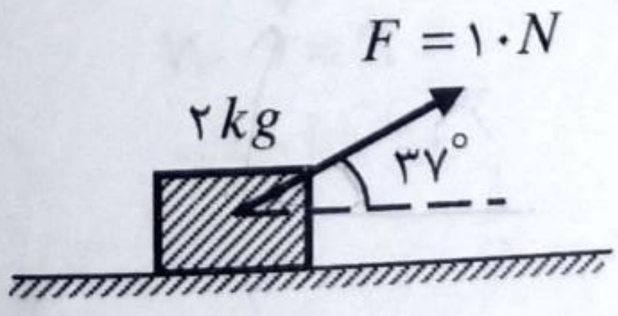


جسم در راستای قائم در حال تعادل است و در راستای افقی حرکت شتابدار دارد، بنابراین:

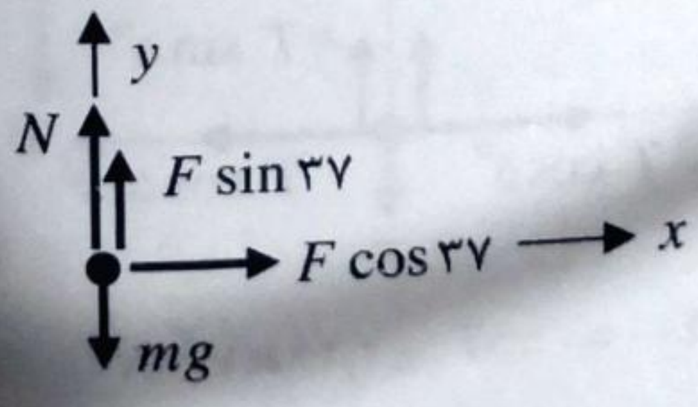
الف) $\sum F_x = ma \Rightarrow F = ma \Rightarrow ۱۰ = ۲a \Rightarrow a = ۵ \, m/s^۲$

ب) $\sum F_y = ۰ \Rightarrow N - mg = ۰ \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = ۲۰N$

مثال ٤-٧. جسمی به جرم $m = ۲kg$ بر روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد و نیروی $F = ۱۰N$ تحت زاویهٔ ۳۷° نسبت به افق بر آن وارد می‌شود، الف) شتاب حرکت جسم چقدر است؟ ($g = ۱۰ \, m/s^۲$, $\cos ۳۷ = ۰/۸$, $\sin ۳۷ = ۰/۶$)



حل:



Scanned by TapScanner

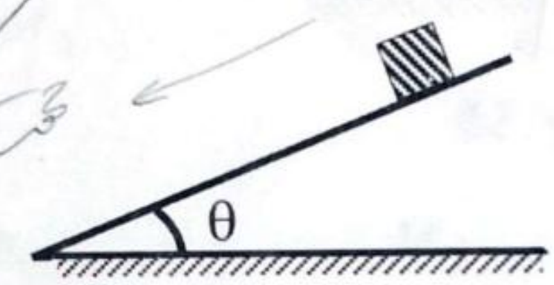
الف) در راستای محور xها جسم با شتاب ثابت تحت تأثیر نیروی $F\cos ۳۷^\circ$ حرکت می‌کند، بنابراین؛

$$\sum F_x = ma \Rightarrow F\cos ۳۷ = ma \Rightarrow a = \frac{۱۰(۰/۸)}{۲} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

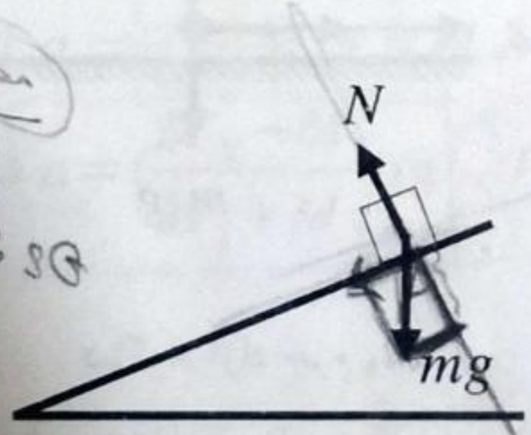
ب) در راستای محور yها جسم در حال تعادل است بنابر قانون اول نیوتن داریم؛

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N + F\sin ۳۷ - mg = ۰ \Rightarrow N = ۱۰(۰/۶) + ۲۰ \Rightarrow N = ۱۴$$

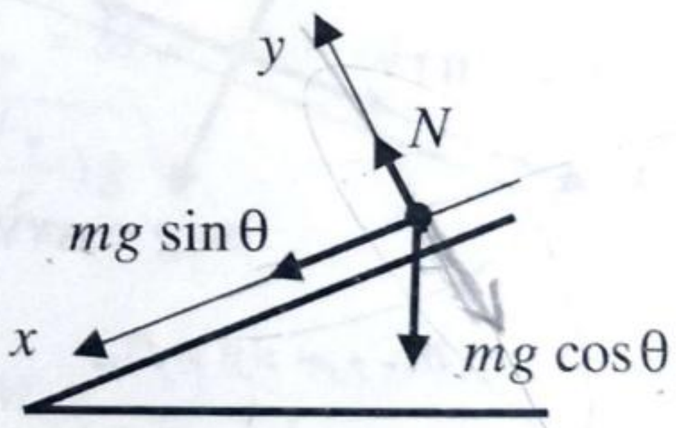
مثال ٤-٨ ثابت کنید شتاب حرکت یک جسم بر روی سطح شیبدار بدون اصطکاک به زاویهٔ شیب θ از رابطهٔ $a = g\sin\theta$ به دست می‌آید، دراین مسئله نیروی واکنش سطح از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟



حل:



نیروهای وارد بر جسم



دیاگرام آزاد جسم

$$\sum F_x = ma \Rightarrow mg\sin\theta = ma \Rightarrow a = g\sin\theta$$

$$\sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg\cos\theta$$

مثال ٤-٩. جسمی از روی سطح شیبداری به زاویهٔ شیب ۳۷° از حال سکون به سمت پایین می‌لغزد، سرعت جسم پس از پیمودن مسافت ۳ متر چقدر است؟

$$(\sin ۳۷ = ۰/۶ \ , \ g = ۱۰\ m/s^۲)$$

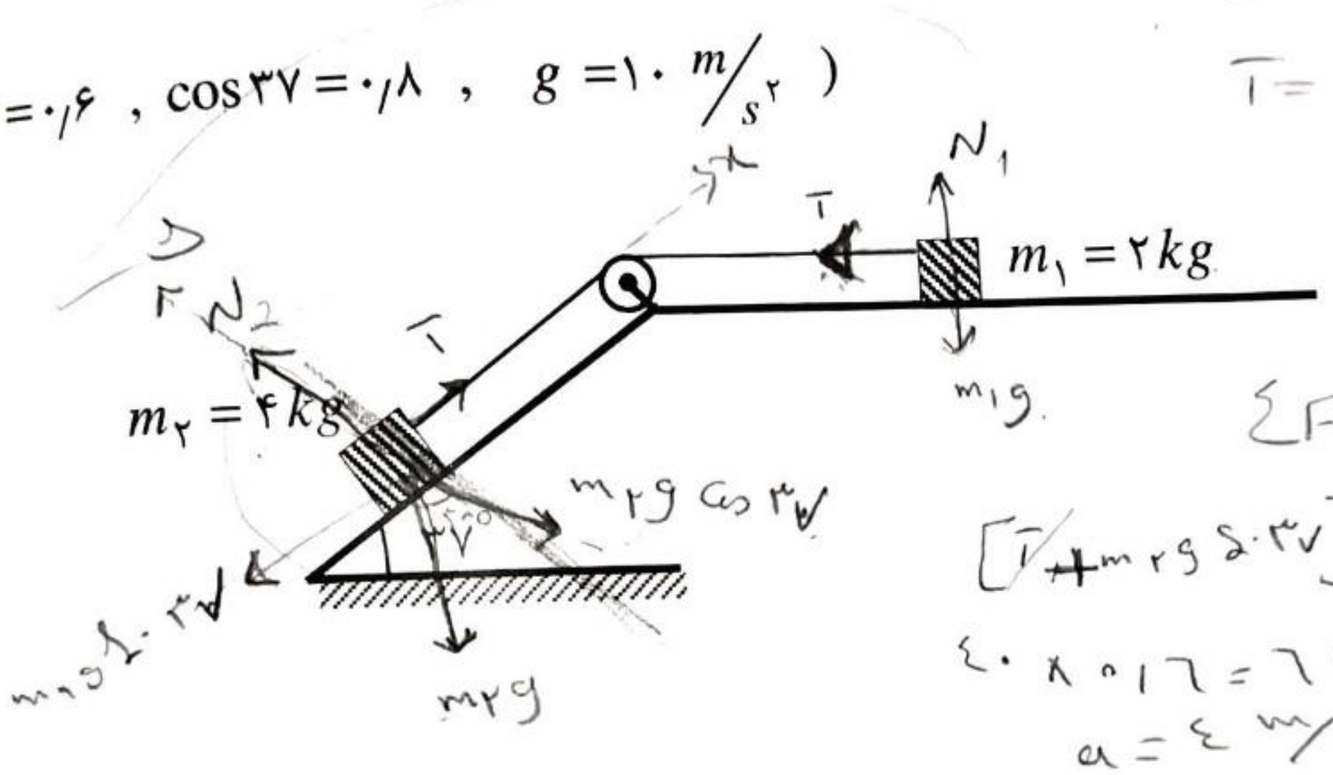
حل:

$$a = g\sin\theta \Rightarrow a = ۱۰(۰/۶) = ۶\ m/s^۲$$

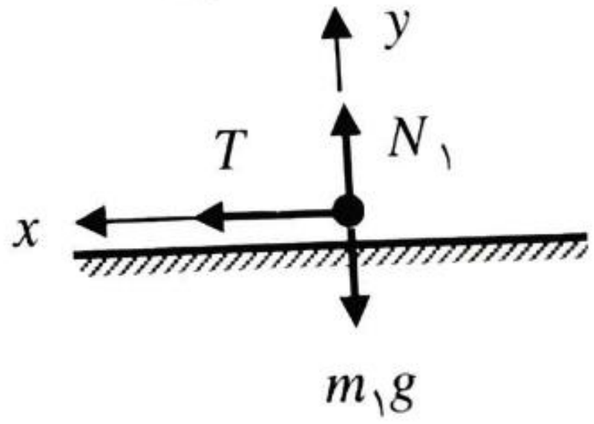
Scanned by TapScanner

مثال ٤-١٠. در شکل زیر سطوح تماس بدون اصطکاک هستند، شتاب حرکت دستگاه و کشش نخ را تعیین کنید.

$(\sin ۳۷ = ۰/۶ \ , \ \cos ۳۷ = ۰/۸ \ , \ g = ۱۰ \ m/s^۲)$

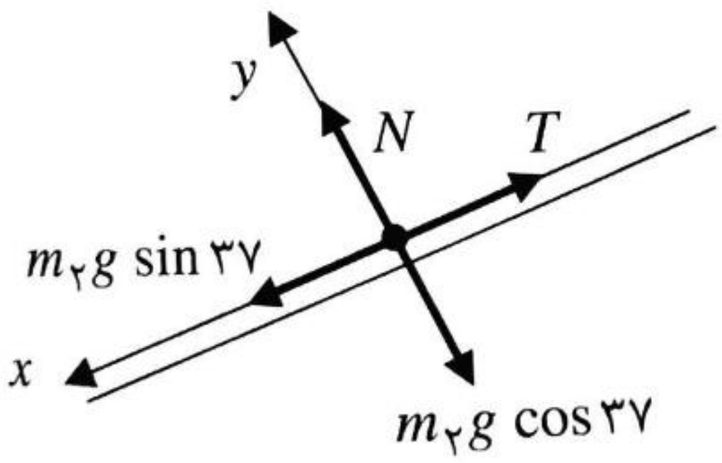


حل:



دیاگرام آزاد جرم $m_۱$

برای جسم به جرم $m_۱$:



دیاگرام آزاد جرم $m_۲$

$$\begin{cases} \sum F_x = m_۱a \Rightarrow T = ۲a & (۱) \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N_۱ = m_۱g = ۲۰N \end{cases}$$

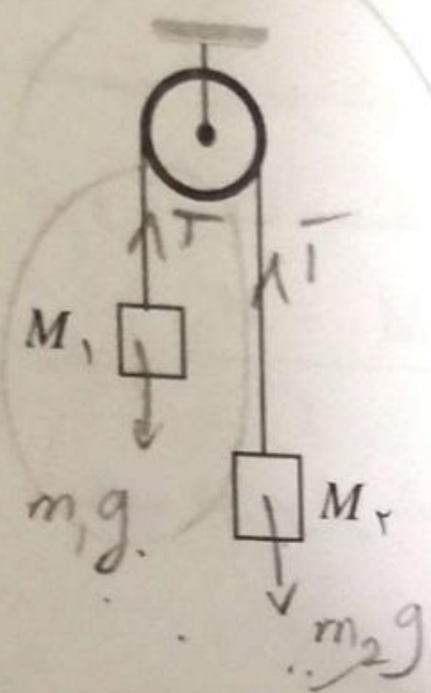
برای جسم به جرم $m_۲$:

$$\begin{cases} \sum F_x = m_۲a \Rightarrow m_۲g \sin ۳۷ - T = m_۲a \\ \Rightarrow ۲۴ - T = ۴a \quad (۲) \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N = m_۲g \cos ۳۷ = ۳۲N \end{cases}$$

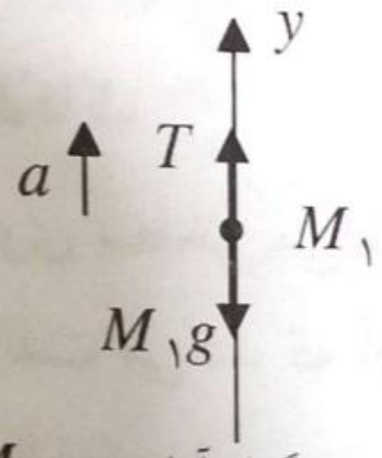
$$(۱),(۲) \Rightarrow a = ۴ \ m/s^۲ \ , \ T = ۸N$$

مثال ٤-١١. ماشین آتوود تشکیل شده از دو جرم $M_۱, M_۲$ که به ریسمان بدون جرمی متصل شده‌اند و ریسمان از روی یک قرقره سبک عبور کرده است و قرقره حول محور

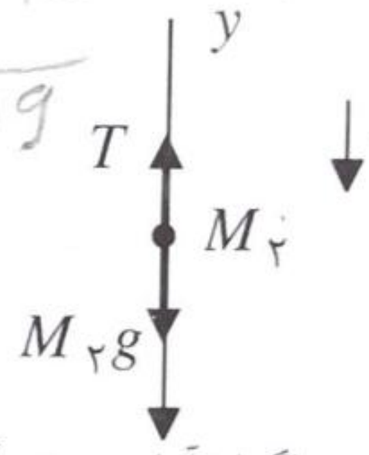
شتاب حرکت بدون اصطکاکی می‌چرخد، شکل زیر، اگر $M_2 > M_1$ باشد، الف) دستگاه و کشش نخ را به دست آورید، ب) چگونه با استفاده از این دستگاه می‌توان شتاب جاذبه (g) را تعیین کرد، ج) چگونه می‌توان قانون دوم نیوتن را با این دستگاه تحقیق کرد.



حل: الف)



دیاگرام آزاد جرم M_1



دیاگرام آزاد جرم M_2

$$\Sigma F_y = M_1 a \Rightarrow T - M_1 g = M_1 a \quad (1) \quad , \quad \Sigma F_y = M_2 a \Rightarrow M_2 g - T = M_2 a \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow a = \left(\frac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2}\right) g \quad , \quad T = \left(\frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2}\right) g$$

با توجه به رابطهٔ $a = \left(\frac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2}\right) g$ و بازنویسی آن به صورت $(M_2 - M_1) g = (M_1 + M_2) a$ و مقایسهٔ آن با قانون دوم نیوتن می‌توان نتیجه گرفت که وزن اضافی یک طرف (وزن سر بار) یعنی $(M_2 - M_1) g$ به کل دستگاه به جرم $(M_1 + M_2)$، شتاب a داده است.

ب) با توجه به حرکت با شتاب ثابت دستگاه که تحت تأثیر نیروی ثابت وزن سر بار انجام می‌شود، اگر دستگاه را از حال سکون به حرکت در آوریم و پس از زمان معینی تغییر مکان جرم M_1 یا M_2 را اندازه بگیریم، از رابطهٔ $x = \frac{1}{2} a t^2$ نیز می‌توانیم شتاب a را به دست آورده و سپس با قرار دادن در رابطهٔ $a = \left(\frac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2}\right) g$، مقدار شتاب جاذبه ($g$) را به دست آوریم.

Scanned by TapScanner

ج) با توجه به توضیح قسمت (ب) برای نیروی وزن سربار $F=(M_2-M_1)g$، با تعیین x، t از رابطهٔ $x=\frac{1}{2}at^2$، شتاب حرکت دستگاه به دست می‌آید، اگر نیروی F را با افزایش جرم M_2 مثلاً تا دو برابر افزایش داده و دوباره شتاب حرکت دستگاه را به دست آوریم، دیده می‌شود که این شتاب دو برابر شتاب قبلی خواهد شد یعنی شتاب با نیرو نسبت مستقیم دارد. و درصورتی که جرم سربار را مثلاً نصف مقدار قبلی قرار دهیم، $\frac{M_2-M_1}{2}$ و آنگاه شتاب حرکت دستگاه را به دست آوریم، دیده می‌شود که این شتاب دو برابر شتاب قبلی خواهد شد یعنی شتاب با جرم نسبت عکس دارد.

٤-٤ نیروی اصطکاک

وقتی جسمی را روی سطحی می‌لغزانیم نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم با حرکت جسم مخالفت می‌کند که آن را نیروی اصطکاک لغزشی می‌نامیم که در این بخش این نوع اصطکاک را بررسی می‌کنیم. نیروی اصطکاک هم لازم است و گاهی هم مزاحم است، هنگام نوشتن یا راه رفتن یا رانندگی لازم است و هنگام ایجاد ساییدگی یاخوردگی و سروصدا زاید است و باید به طریقی کاهش یابد. به نظر می‌رسد که هنگام لغزش جسم روی تکیه‌گاه فرورفتگی‌های زیر سطح جسم و سطح تیکه‌گاه در هم گیرکرده و مقاومتی در مقابل حرکت ایجاد می‌کنند که منشأ نیروی اصطکاک است ولی آزمایش نشان می‌دهد که در صورتی که سطح دو جسم صاف هم باشند (هر چند در آن صورت باز هم فرورفتگی‌ها و برجستگی‌های میکروسکوپی نیز وجود دارد) نیروی اصطکاک یا نیروی مقاوم در مقابل حرکت بیشتر خواهد بود و آن به علت نیروهای الکتریکی بین اتمهای سطح دو جسم است. با توجه به آزمایشهای انجام شده نتیجه شده است که نیروی اصطکاک،

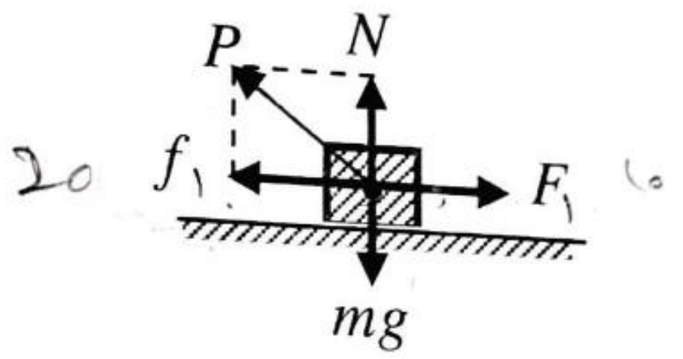
الف) به جنس سطوح تماس بستگی دارد. ب) به اندازهٔ واقعی سطوح تماس بستگی دارد. ج) با مؤلفهٔ عمودی نیروی عکس العمل سطح متناسب است.

جسمی را بر روی سطح افقی ساکن در نظر می‌گیریم (**شکل ٤-٧ الف**). در این صورت جسم در راستای محور y ها در حال تعادل است و وزن جسم با نیروی سطح به جسم (عکس العمل سطح یا p) برابر است. نیروی کوچک F_1 را به طور افقی بر

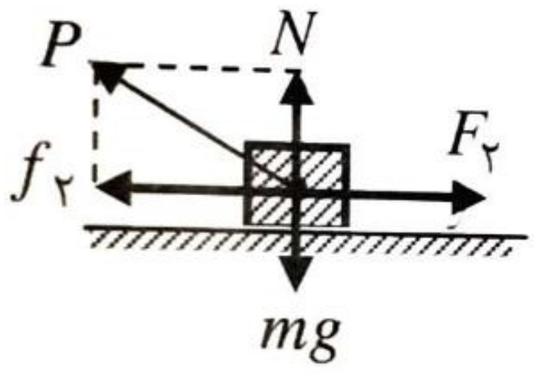
Scanned by TapScanner

جسم وارد می‌کنیم به طوری که جسم ساکن باشد (**شکل ٤- ٧ ب**) در این صورت جسم در هر دو راستای محور x و y در حال تعادل است بنابراین نیروی عکس العمل سطح دو مؤلفه دارد که مؤلفهٔ عمودی آن(N) با وزن جسم برابر است و مؤلفهٔ افقی آن(f_1) با نیروی F_1 برابراست. درصورتی‌که نیروی بزرگتر F_2 را به طور افقی بر جسم وارد کنیم به طوری که جسم هنوز هم ساکن باشد (**شکل٤-٧ ج**) در این صورت باز

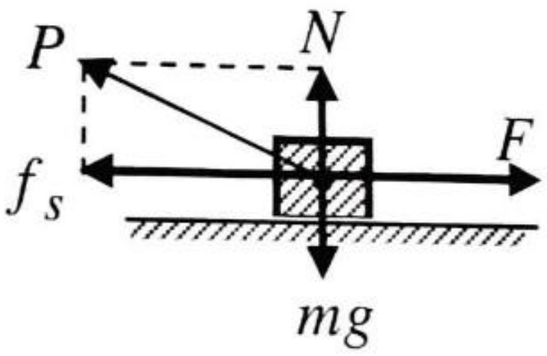
الف) جسم ساکن



ب) جسم ساکن و F_1 کوچک‌تر از f_1



ج) جسم ساکن و F_2 بزرگتر از f_2



د) جسم در آستانهٔ حرکت

شکل ٤-٧ نیروی اصطکاک در آستانه حرکت با مؤلفه عمودی سطح متناسب است.

هم جسم در هر دو راستا در حال تعادل بوده به طوری که مؤلفه عمودی عکس العمل سطح(N) با وزن جسم و مؤلفه افقی عکس العمل سطح(f_2) با نیروی F_2 برابر خواهد بود که f_2 ، f_1در واقع همان نیروهای مقاوم حرکت یا نیروهای اصطکاک هستند.اگر نیروی به اندازهٔ کافی بزرگF را بر جسم وارد کنیم (**شکل ٤-٧ د**) به طوری که جسم در آستانهٔ حرکت قرار گیرد. در این صورت، باز هم جسم در حال تعادل است، نیروی اصطکاک f_s حداکثر است و تجربه نشان می‌دهد که در آستانهٔ حرکت f_s با مؤلفه عمودی عکس العمل سطح متناسب است یعنی، $f_s \propto N$ وضریب تناسب، ضریب اصطکاک ایستایی نامیده می‌شود، بنابراین داریم؛

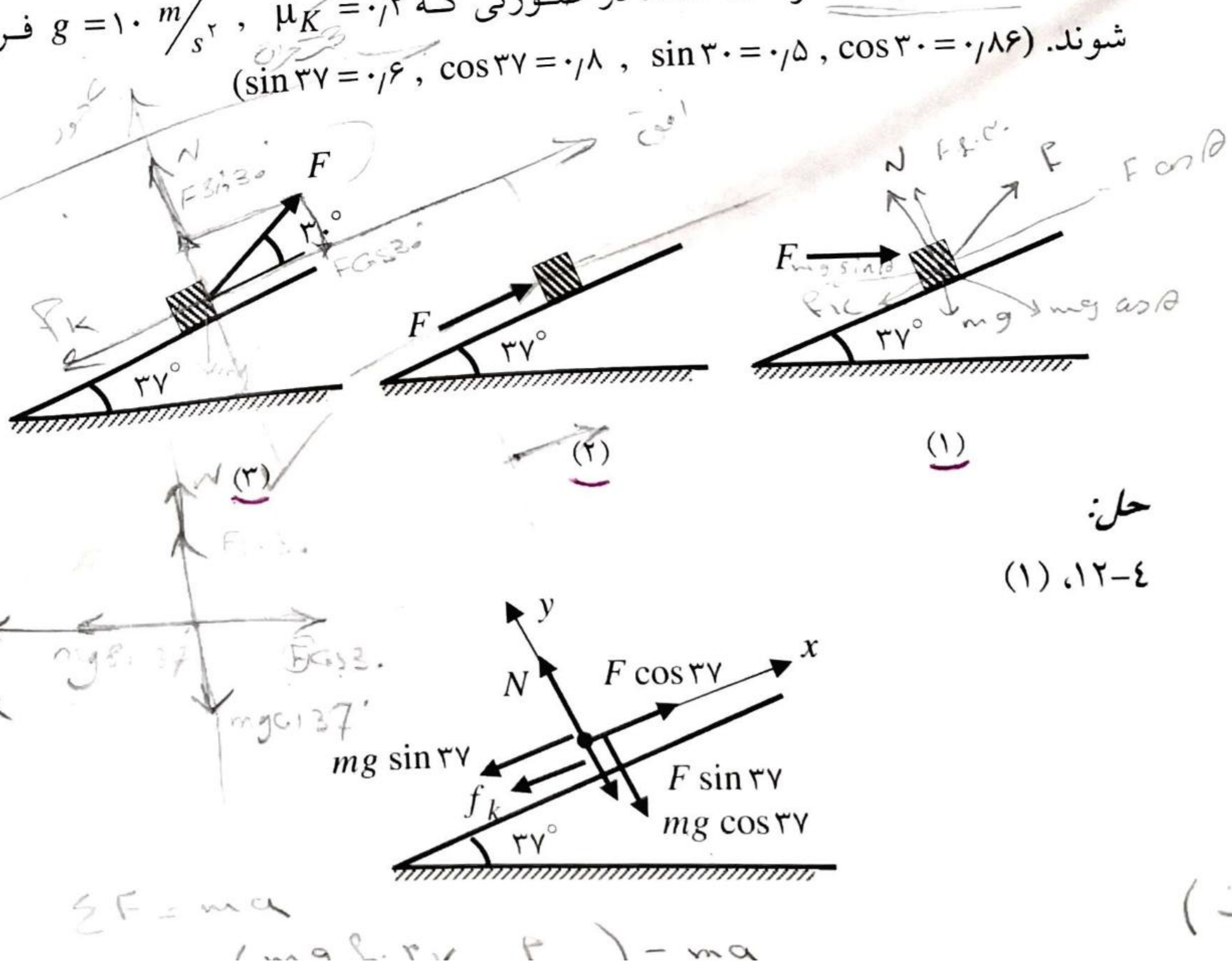
Scanned by TapScanner

$$f_s = \mu_s N$$

اندیس s به این علت نوشته می‌شود که جسم در حال سکون است. نیروی اصطکاک ایستایی در حالت کلی به صورت $f_s \le \mu_s N$ نوشته می‌شود که برای حالتهای قبل از آستانهٔ حرکت $f_s < \mu_s N$ و برای آستانه حرکت (که هنوز جسم ساکن است)، $f_s = \mu_s N$ است. آزمایش نشان می‌دهد که نیرویی که برای شروع حرکت لازم است ($\mu_s N$)، از نیروی لازم برای باقی نگهداشتن حرکت اندکی بزرگتر است، به عبارت دیگر نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) از نیروی اصطکاک ایستایی (f_s) کوچکتر است یعنی داریم،

$$f_k < f_s \Rightarrow \mu_k < \mu_s$$

مثال ٤-۱۲. در هر یک از شکل‌های زیر اگر جرم جسم $m = ۴kg$ باشد، اندازهٔ نیروی F چقدر باشد تا جسم، الف) با شتاب $۱\ m/s^۲$ به سمت بالا حرکت کند. ب) با سرعت ثابت به سمت بالا حرکت کند. در صورتی که $\mu_K = ۰/۲$ ، $g = ۱۰\ m/s^۲$ فرض شوند. ($\sin ۳۷ = ۰/۶$ ، $\cos ۳۷ = ۰/۸$ ، $\sin ۳۰ = ۰/۵$ ، $\cos ۳۰ = ۰/۸۶$)



حل:

٤-۱۲، (۱)

Scanned by TapScanner

$$\begin{cases}\sum F_x = ma \Rightarrow F\cos ۳۷ - f_k - mg\sin ۳۷ = ma \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N = F\sin ۳۷ + mg\cos ۳۷\end{cases}, \quad f_k = \mu_k N \qquad \text{الف)}$$

$$\begin{cases} ۰/۸F - \mu_k N - ۴(۱۰)(۰/۶) = ۴(۱) \Rightarrow ۰/۸F - ۰/۲N = ۲۸ \\ N = ۰/۶F + ۴(۱۰)(۰/۸) \Rightarrow N = ۰/۶F + ۳۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۰/۸F - ۰/۲(۰/۶F + ۳۲) = ۲۸ \Rightarrow ۰/۶F = ۳۴/۴$$

$$\Rightarrow F = \frac{۳۴/۴}{۰/۶۸} = ۵۰/۵۸N$$

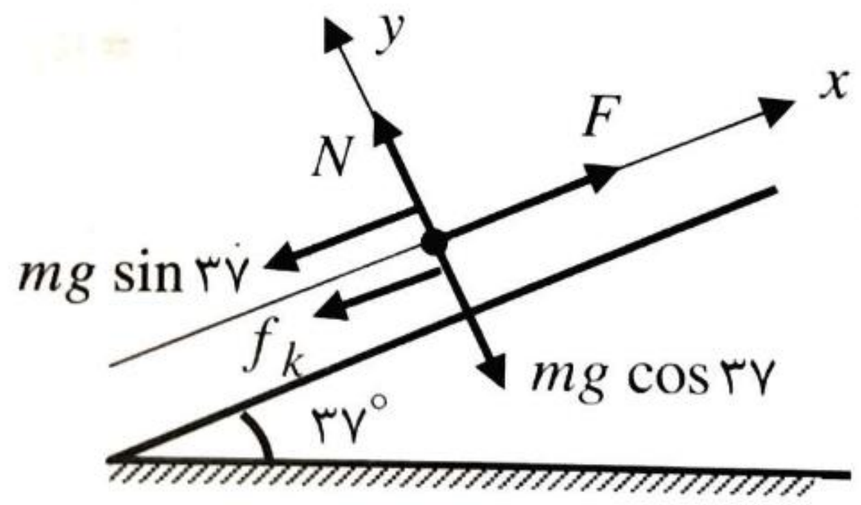
$$\begin{cases}\sum F_x = ۰ \Rightarrow F\cos ۳۷ - mg\sin ۳۷ - f_k = ۰ \\ \sum f_y = ۰ \Rightarrow N = F\sin ۳۷ + mg\cos ۳۷\end{cases}, \quad f_k = \mu_k N \qquad \text{ب)}$$

$$\begin{cases} ۰/۸F - ۴(۱۰)(۰/۶) - \mu_k N = ۰ \Rightarrow ۰/۸F - ۰/۲N = ۲۴ \\ N = ۰/۶F + ۴(۱۰)(۰/۸) \Rightarrow N = ۰/۶F + ۳۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۰/۸F - ۰/۲(۰/۶F + ۳۲) = ۲۴ \Rightarrow ۰/۶۸F = ۳۰/۴$$

$$\Rightarrow F = \frac{۳۰/۴}{۰/۶۸} = ۴۰/۴۷$$

۴-۱۲، (۲)



$$\begin{cases}\sum F_x = ma \Rightarrow F - mg\sin ۳۷ - f_k = ma \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg\cos ۳۷\end{cases}, \quad f_k = \mu_k N \qquad \text{الف)}$$

$$\begin{cases} F - ۴(۱۰)(۰/۶) - \mu_k N = ۴(۱) \Rightarrow F - ۲۴ - ۰/۲(N) = ۴ \\ N = ۴(۱۰)(۰/۸) \Rightarrow N = ۳۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow F - ۲۴ - ۰/۲(۳۲) = ۴ \Rightarrow F = ۳۴/۴N$$

ب)

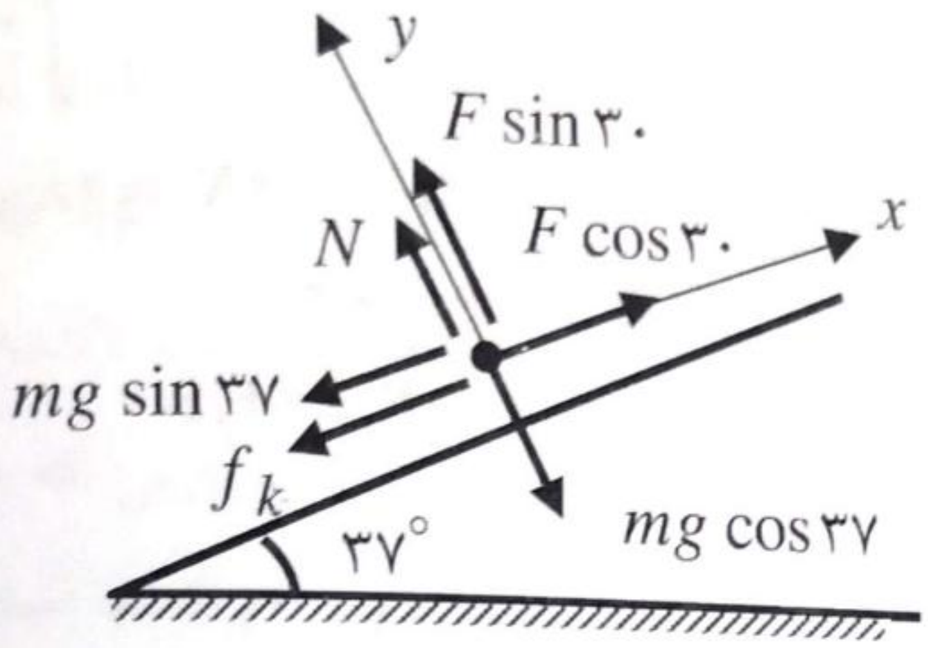
$$\begin{cases}\sum F_x = ۰ \Rightarrow F = -mg\sin ۳۷ - f_k = ۰ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N = ۳۲\end{cases}, \quad f_k = \mu_k N$$

$$\Rightarrow F - ۴(۱۰)(۰/۶) - \mu_k (۳۲) = ۰ \Rightarrow F - ۲۴ - ۶/۴ = ۰$$

$$\Rightarrow F = ۳۰/۴\,N$$

Scanned by TapScanner

۴-۱۲، (۳)



$$\begin{cases} F_x = ma \Rightarrow F\cos ۳۰ - mg\sin ۳۷ - \mu_k N = ma \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg\cos ۳۷ - F\sin ۳۰ \end{cases}, \quad f_k = \mu_k N \qquad \text{الف)}$$

با حذف N از معادلات فوق داریم:

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}F - ۰/۲(۳۲ - \frac{F}{۲}) = ۲۸$$

$$\Rightarrow ۰/۹۶F = ۳۴/۴$$

$$\Rightarrow F = \frac{۳۴/۴}{۰/۹۶} = ۳۵/۸۳\ N$$

$$\begin{cases} F_x = ۰ \Rightarrow F\cos ۳۰ - mg\sin ۳۷ - f_k = ۰ \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow N = mg\cos ۳۷ - F\sin ۳۰ \end{cases}, \quad f_k = \mu_k N \qquad \text{ب)}$$

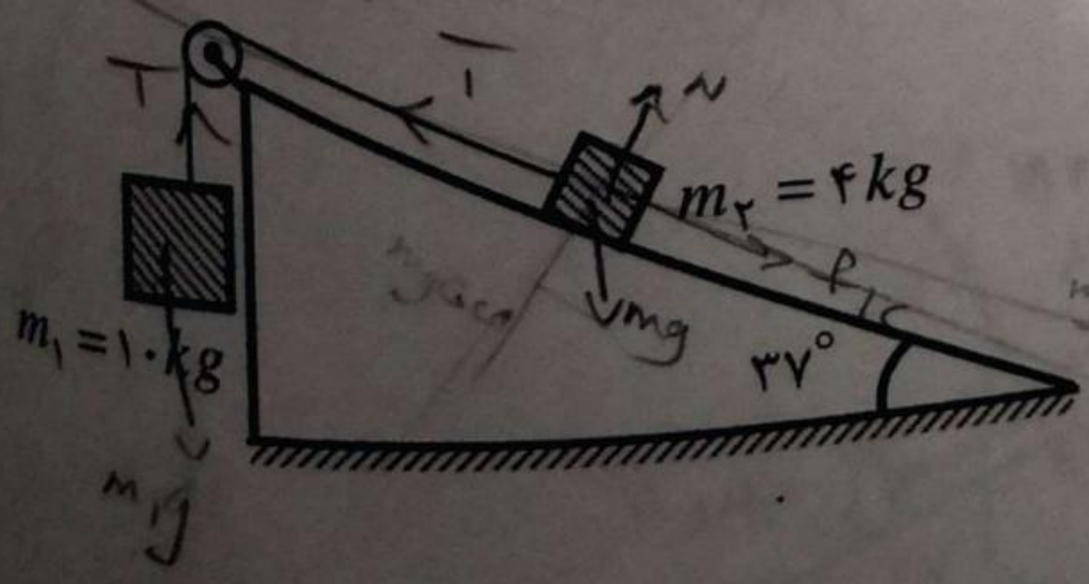
با حذف N از معادلات فوق داریم:

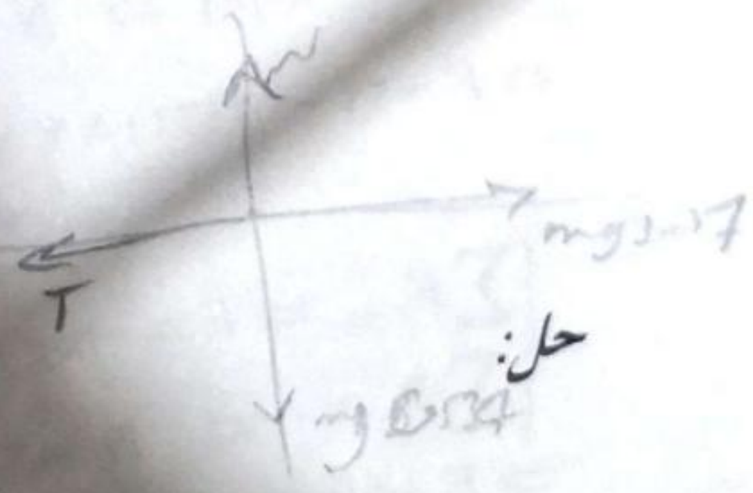
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}F - ۲۴ - ۰/۲(۳۲ - \frac{F}{۲}) = ۰$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲}F - ۳۰/۴ + ۰/۱F = ۰$$

$$\Rightarrow ۰/۹۶F = ۳۰/۴ \Rightarrow F = ۳۱/۶۶\ N$$

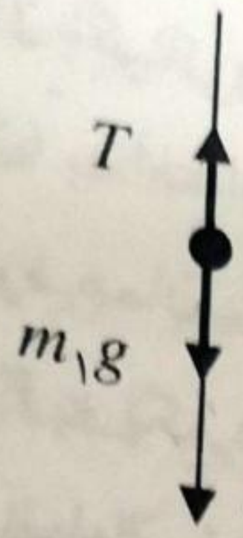
مثال ۴-۱۳ .در شکل زیر اگر ضریب اصطکاک سطح شیبدار $\mu_k = ۰/۵$ باشد،شتاب حرکت نخ را تعیین کنید.



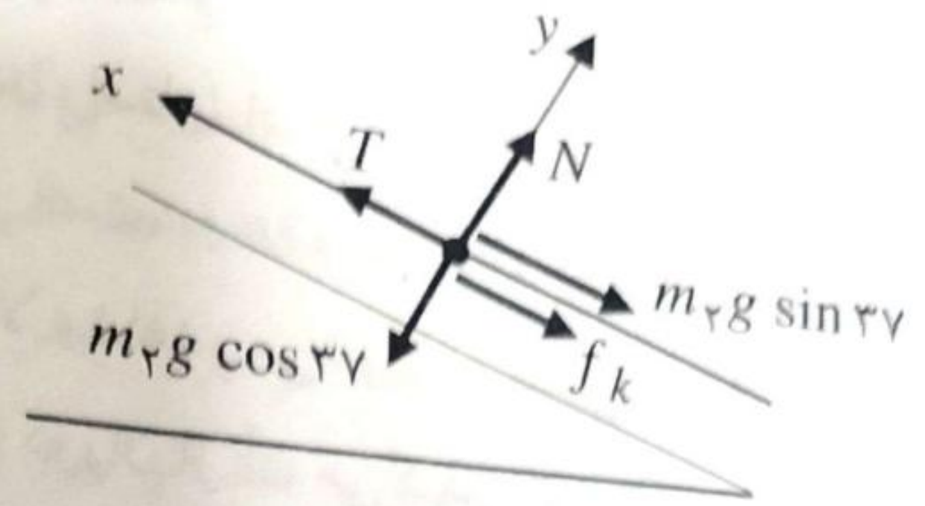


حل:

Scanned by TapScanner



دیاگرام آزاد جرم m_1



دیاگرام آزاد جرم m_2

$$m_1 g - T = m_1 a \ , \ T - m_2 g \sin ۳۷^\circ - \mu_k N = m_2 a$$

$$P\begin{cases}(۱۰)(۱۰) - T = ۱۰a \\ ۱۰۰ - T = ۱۰a \quad (۱)\end{cases} \ , \ \begin{cases}T - ۴(۱۰)(۰/۶) - ۰/۵N = ۴a \\ T - ۲۴ - ۱۶ = ۴a \\ T - ۴۰ = ۴a \quad (۲)\end{cases}$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow a = \frac{۳۰}{۷} \frac{m}{S^۲} \ , \ T = \frac{۴۰۰}{۷} \ N$$

٤-٥. گشتاور نیرو و تعادل چرخشی

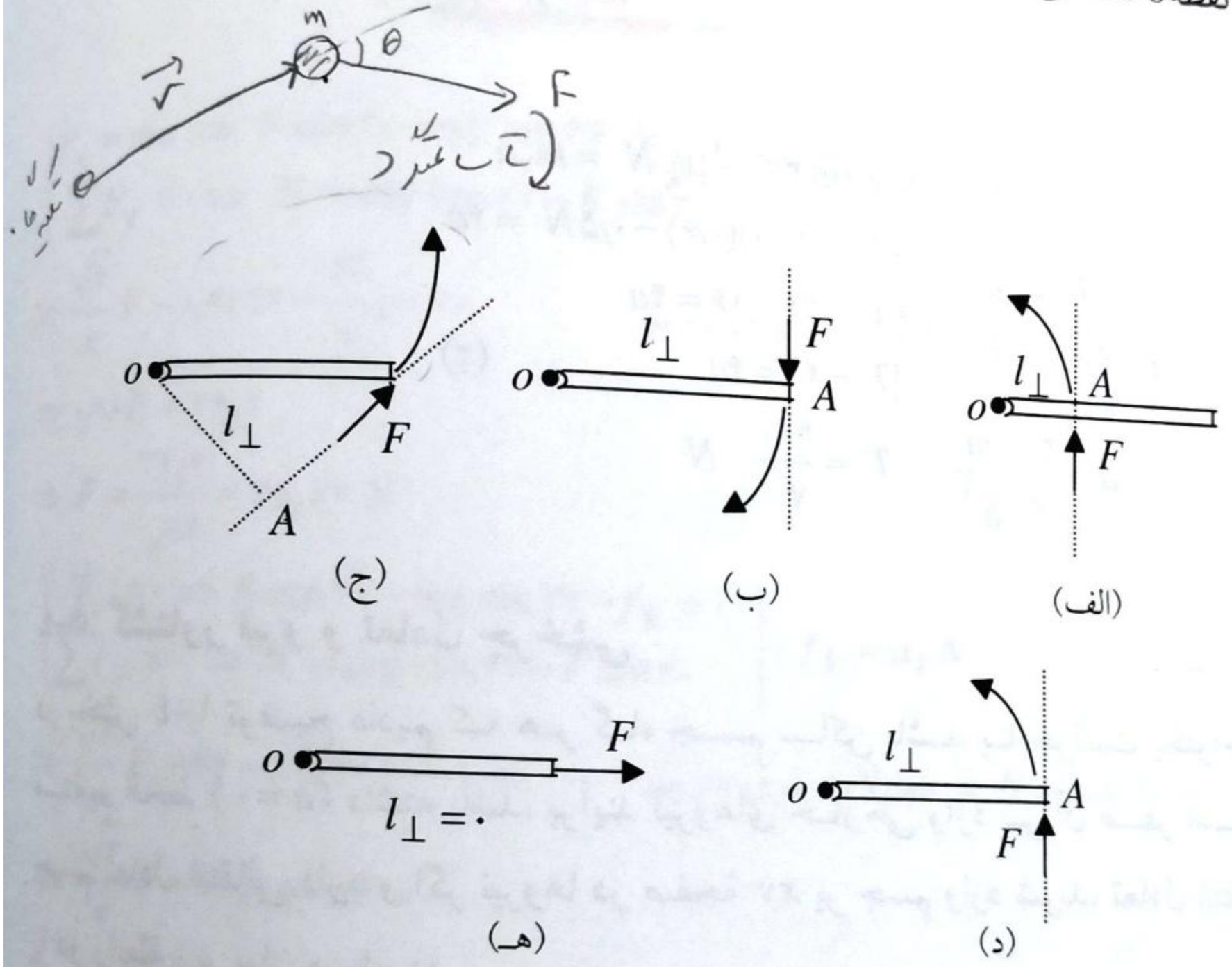
در بخش ٤-١ توضیح دادیم که هر گاه جسم ساکن باشد یا حرکت یکنواخت مستقیم الخط ($a = ۰$) داشته باشد، برآیند نیروهای خارجی وارد بر آن صفر است و جسم تعادل انتقالی دارد و اگر نیروها در صفحهٔ xy بر جسم وارد شوند، تعادل انتقالی با دو رابطهٔ زیر بیان می‌شود؛

$$\sum F_x = ۰ \ , \ \sum F_y = ۰$$

اما برای تعادل کامل یک جسم معمولاً دو شرط لازم است، شرط اول یا شرط تعادل انتقالی که در بالا بیان شد و شرط دوم یا شرط تعادل دورانی، آن وقتی است که یا جسم دوران نمی‌کند و یا حرکتش دورانی یکنواخت است. همان طور که اشاره شد، شرط اول تعادل، صفر بودن برآیند عوامل حرکت انتقالی جسم است و به طور مشابه شرط دوم تعادل به معنی صفر بودن برآیندعوامل چرخش جسم تعریف می‌شود. عامل چرخش یک جسم حول یک محور، گشتاور نامیده می‌شود و تأثیر هر نیرو در تولید چرخش را گشتاور نیرو می‌نامند. عوامل مؤثر در گشتاور نیرو عبارتند از مقدار و جهت نیرو و نقطه اثر نیرو. گشتاور یعنی؛ $\tau = l_\perp F$ که $l_\perp$ بازوی گشتاور نامیده می‌شود و

Scanned by TapScanner

برای تعیین آن اگر از محل محوری که جسم تحت تأثیر نیروی F حول آن می‌چرخد (محور دوران) به امتدادی که نیرو در راستای آن قرار دارد (خط اثر نیرو) عمود کنیم، طول این عمود همان بازوی گشتاور است. به عنوان مثال گشتاور نیروی حاصل از اعمال نیروی F به یک در را که از بالا مشاهده می‌شود در **شکل ٤-٨** نشان داده‌ایم که در آن نقطهٔ o نقطه‌ای است که محور دوران از آن می‌گذرد و بر صفحهٔ کاغذ عمود است.



شکل ٤-٨ گشتاور نیروی وارد بر یک در از بالا

در **شکل ٤-٨ الف** بازوی گشتاور طول عمودی است که از o به امتداد خط نیرو وارد شده است(OA) و گشتاور نیروی F می‌خواهد در را حول محوری که از نقطهٔ 0 می‌گذرد در جهت خلاف عقربهٔ ساعت بچرخاند. در **شکل ٤-٨ ب** بازوی گشتاور تغییری نکرده ولی گشتاور نیروی F می‌خواهد در را حول محوری که از نقطهٔ o می‌گذرد در جهت عقربهٔ ساعت بچرخاند. در **شکل ٤-٨ ج** بازوی گشتاور کوچکتر بوده، بنابراین اندازهٔ گشتاور نیرو کوچکتر است و تمایل دارد در را حول محوری که از نقطهٔ o می‌گذرد در جهت خلاف عقربهٔ ساعت بچرخاند. در **شکل ٤-٨ د** بازوی

Scanned by TapScanner

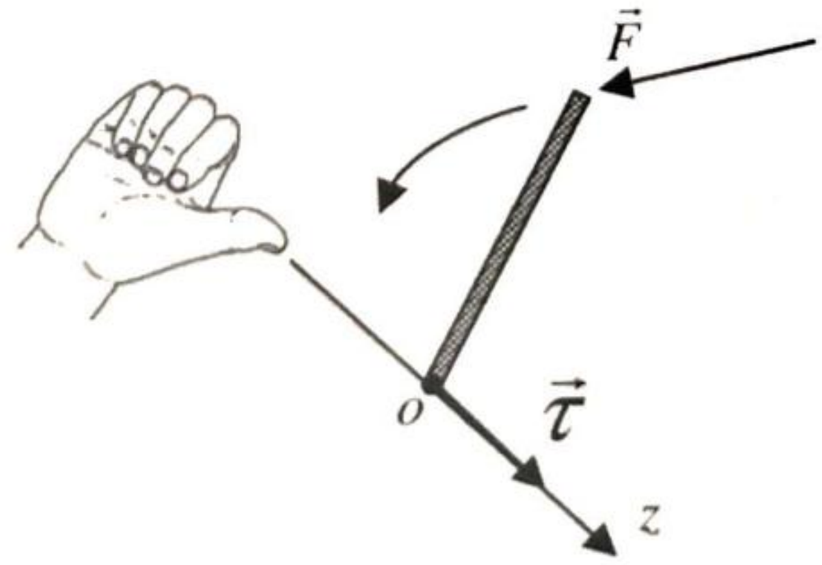
گشتاور باز هم کوچکتر بوده و بنابراین اندازهٔ گشتاور نیرو نیز خیلی کوچکتر است و تمایل دارد در را در حول محوری که از نقطهo می‌گذرد در جهت خلاف عقربهٔ ساعت بچرخاند و بالاخره در **شکل ٤-٨ هـ** امتداد خط اثر نیرو از محور دوران می‌گذرد یعنی $l_\perp$ (طول عمود از نقطهٔo به خط اثر نیرو) صفر است و بنابراین گشتاور نیروی F صفر است، به عبارت دیگر اگر نیرو یا خط اثر نیرو از محور دوران بگذرد، این نیرو نمی‌تواند جسم را حول این محور به چرخش در آورد.

با فرض این‌ْ که در تمام مسئله‌های مورد نظر ما در این درس، نیروهای وارد بر اجسام در صفحهٔxy باشند این نیروها فقط می‌توانند جسم را حول محورz (محور عمود بر صفحهٔxy) بچرخاند، بنابراین جسمی که نیروهای وارد بر آن در صفحهٔxy باشند وقتی در تعادل دورانی است که برآیند گشتاورهای نیروهای وارد برآن حول محورzها صفر باشند. بنابراین وقتی تعادل یک جسم کامل است که داشته باشیم؛

$$\sum F_x = \cdot \quad , \quad \sum F_y = \cdot \quad , \quad \sum \tau_z = \cdot$$

که $\sum \tau_z$ برآیند گشتاورهای نیروها حول محورzهاست.

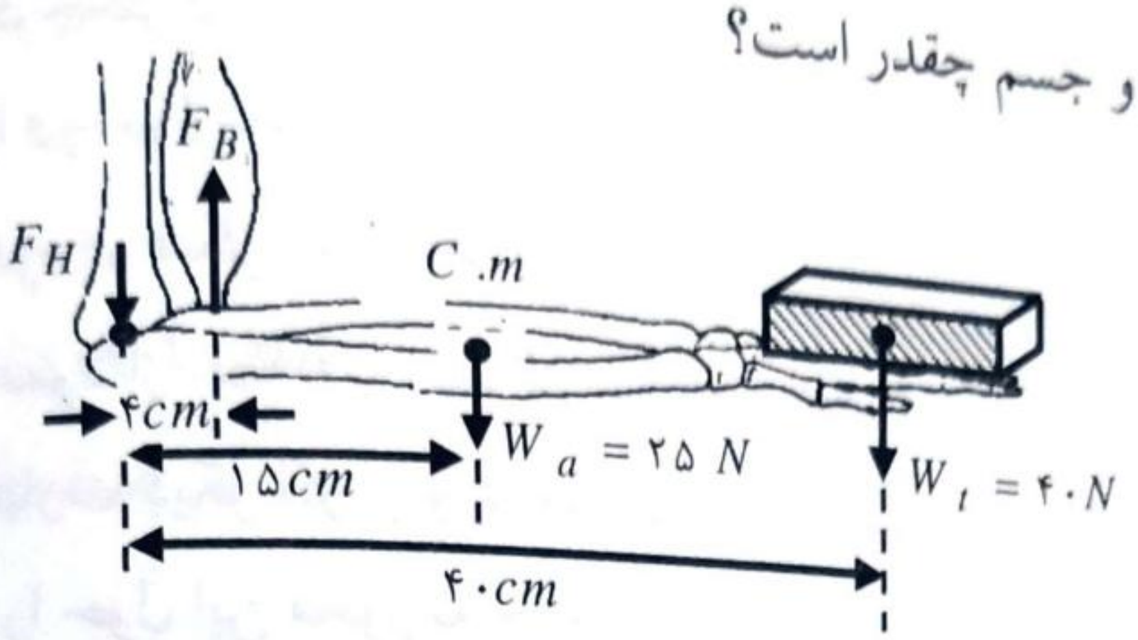
جهت گشتاور نیرو را می‌توان با استفاده از قاعدهٔ دست راست تعیین کرد. به این صورت که اگر چهار انگشت خمیدهٔ دست راست جهت چرخش ایجاد شده را نشان دهند، شست دست راست که در راستای محور چرخش باشد، جهت بردار گشتاور نیرو را نشان می‌دهد. برای مثال در **شکل٤-٩**؛ که نیروی $\vec{F}$ تمایل دارد میله‌ای را در جهت نشان داده شده حول محورz بچرخاند، جهت گشتاور با توجه به چهار انگشت خمیده و شست دست راست تعیین می‌شود:



شکل ٤-٩ قاعدهٔ دست راست برای تعیین جهت گشتاور نیرو

مثال٤-١٤. درشکل زیر نیروی اعمال شده توسط ماهیچهٔ دو سربازو (F_B) برای بالا

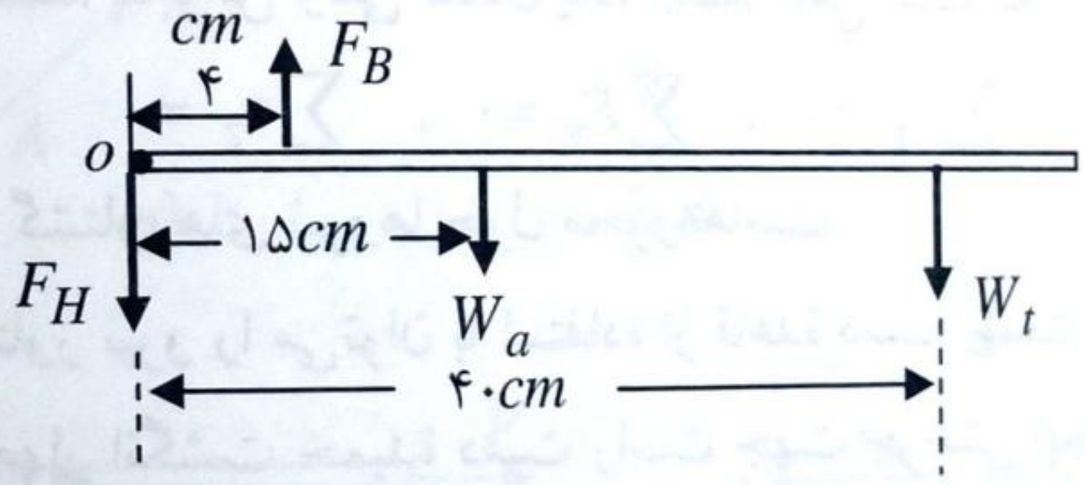
نگهداشتن ساعد و جسم چقدر است؟



W_t : وزن کتاب ، F_B : نیرویی که ماهیچه دو سر بازو وارد می‌کند.

W_a : وزن ساعد ، F_H : نیرویی که استخوان بازو روی مفصل آرنج واردمی‌کند.

حل: مفصل آرنج را به عنوان نقطهٔ محوری انتخاب می‌کنیم، و شرط تعادل چرخشی را می‌نویسیم:



گشتاور نیروی F_H حول محوری که از نقطهٔo می‌گذرد صفر است. زیرا امتداد این نیرو از محور دوران می‌گذرد. دو نیروی W_a و W_t تمایل دارند ساعد را حول محوری که از نقطهٔo می‌گذرد در جهت عقربه ساعت بچرخانند و نیروی F_B تمایل دارد ساعد را حول این محور در خلاف جهت عقربه ساعت بچرخاند بنابراین،

$$\sum \tau_o = ۰$$

$$\Rightarrow F_B(۰/۰۴) - W_a(۰/۱۵) - W_t(۰/۴) = ۰$$

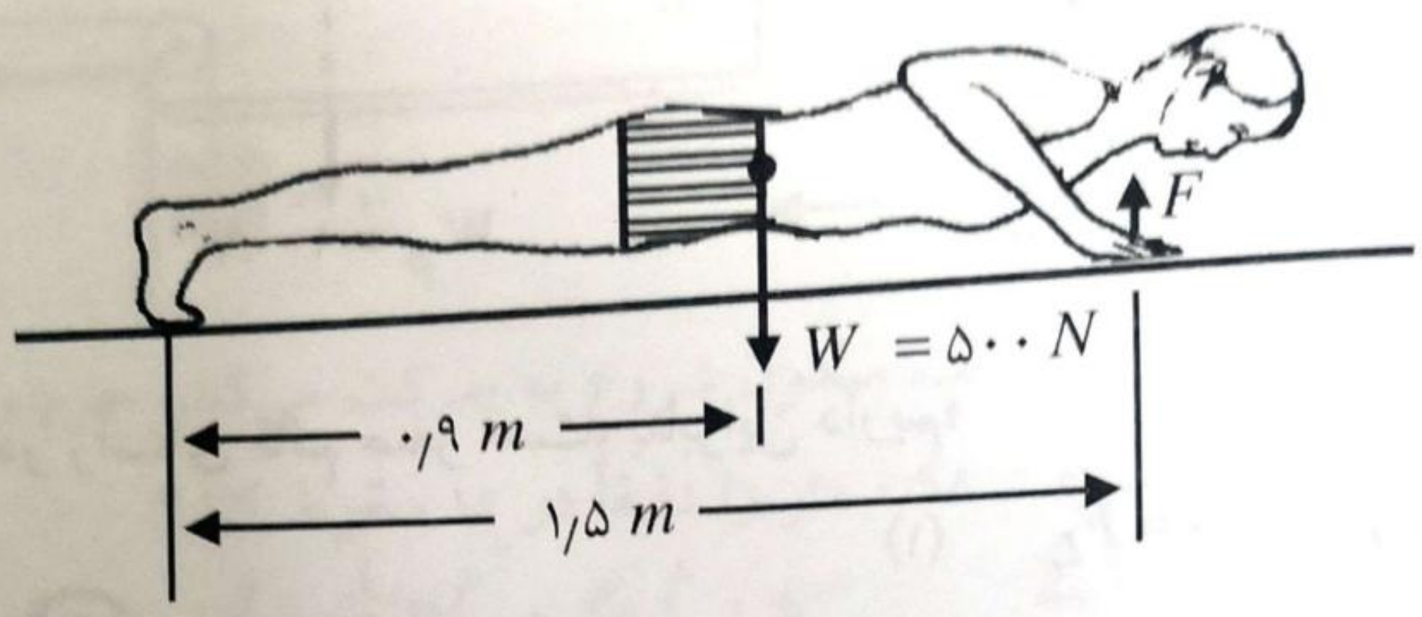
$$\Rightarrow ۰/۰۴F_B = ۲۵(۰/۱۵) + ۴۰(۰/۴)$$

$$\Rightarrow F_B = \frac{۳/۷۵ + ۱۶}{۰/۰۴} \Rightarrow F_B = \frac{۱۹۷۵}{۴} = ۴۹۳/۷۵N$$

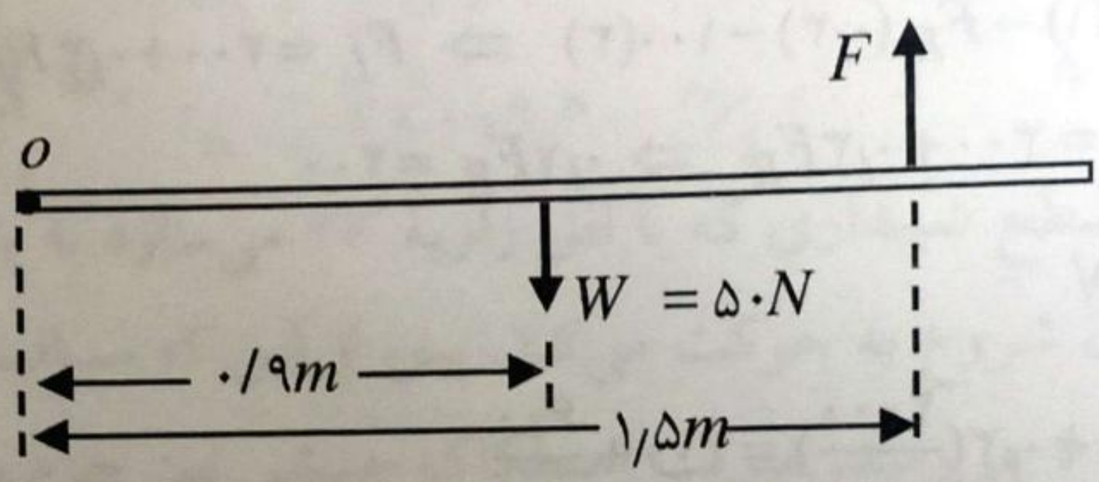
پرسش۳. در مثال ٤-١٤ وزن ساعد و جسم برابر $۶۵N$ است به چه دلیل ماهیچهٔ دو سر بازو برای بالا نگهداشتن تنها $۶۵N$ بایستی نیروی بزرگی برابر ۴۹۳/۷۵ اعمال کند؟

Scanned by TapScanner

مثال ٤-١٥. در شکل زیر ورزشکار چه نیرویی را با دستهایش به زمین وارد کند تا بتواند بلند شود؟



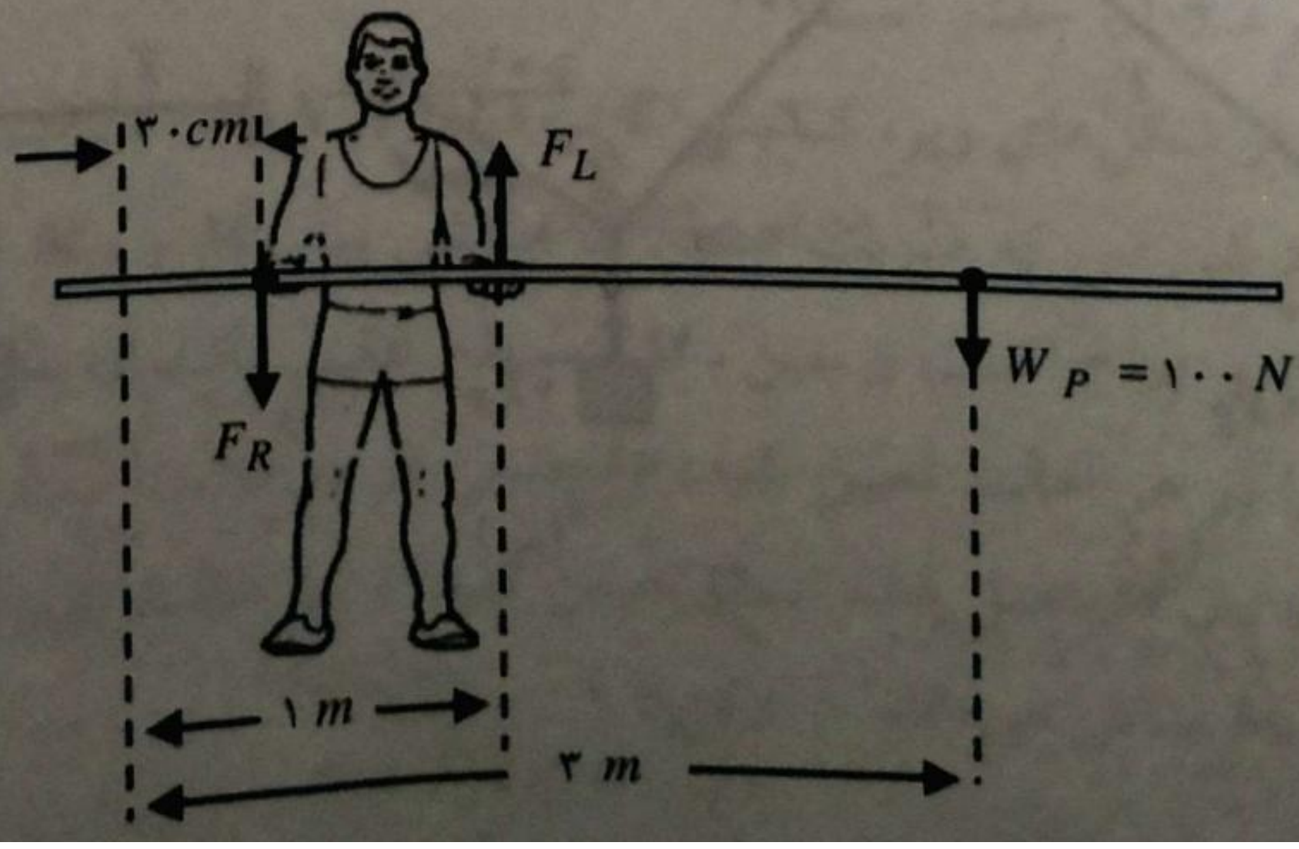
حل:



حداقل مقدار F وقتی است که برآیند گشتاورها نسبت به نقطهٔ o(محل تماس پنجه‌های پا با زمین) صفر باشد.

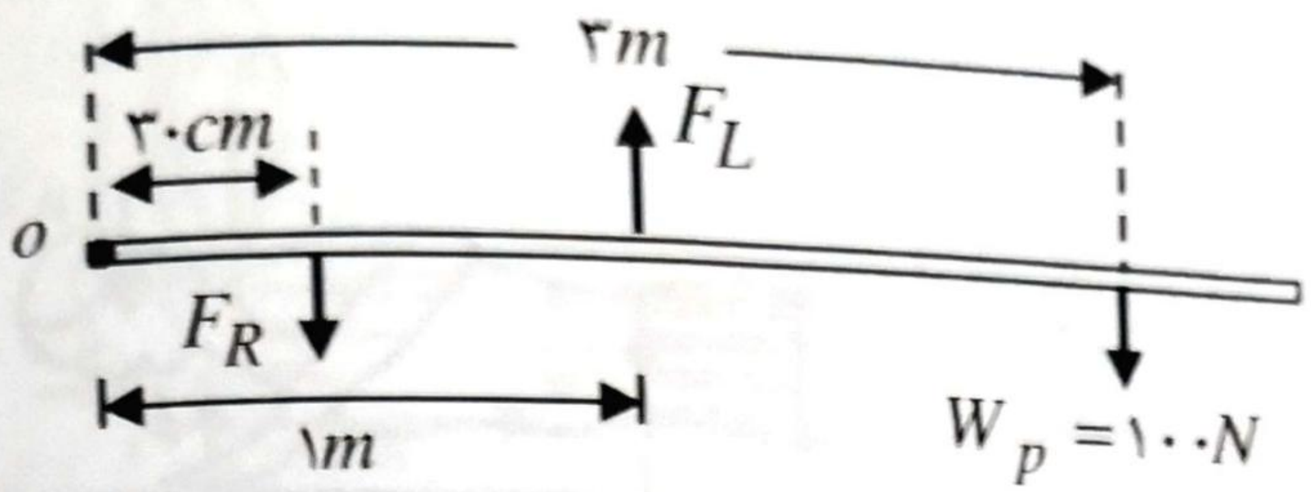
$$\sum \tau_o = 0 \Rightarrow F(1/5) - W(0/9) = 0 \Rightarrow F = \frac{50 \times 0/9}{1/5} = 30\ N$$

مثال ٤-١٦. یک قهرمان پرش با نیزه مطابق شکل زیر نیزه‌ای یکنواخت به طول ۶ متر و جرم $10kg$ را با فشار دست راست به طرف پایین و با فشار دست چپ به طرف بالا در حالت افقی نگهداشته است، نیروهای F_L, F_R را به دست آورید.



Scanned by TapScanner

حل:



برآیند نیروها در راستای قائم صفر است، بنابراین داریم؛

$$\sum F_y \Rightarrow F_R = ۱۰۰ = F_L \quad (۱)$$

برآیند گشتاورها نسبت به نقطه o صفر است، بنابراین داریم؛

$$\sum \tau_o = ۰ \Rightarrow F_L(۱) - F_R(۰/۳) - ۱۰۰(۳) \Rightarrow F_L = ۳۰۰ + ۰/۳F_R \quad (۲)$$

$$(۱) \Rightarrow F_R + ۱۰۰ = ۳۰۰ + ۰/۳F_R \Rightarrow ۰/۷F_R = ۲۰۰$$

$$\Rightarrow F_R = \frac{۲۰۰۰}{۷} \; N$$

$$(۲) \Rightarrow F_R = ۳۰۰ + ۰/۳(\frac{۲۰۰۰}{۷}) = ۳۰۰ + \frac{۶۰۰}{۷}$$

$$\Rightarrow F_L = \frac{۲۷۰۰}{۷} = ۳۸۵/۷۱ \quad N$$

Scanned by TapScanner